GazetaEdukacja.pl

gazeta EDUKACJA

CZWARTEK 7 PAŹDZIERNIKA 2010

DODATEK DO „GAZETY WYBORCZEJ” REDAGUJE: **AGNIESZKA ZAWISTOWSKA**

Próbna matura 2010
matematyka i biologia

Sprawdź, czy zdasz!

Poziom podstawowy

Maturzysto! Dziś drukujemy próbne testy z matematyki i biologii na poziomie podstawowym, w poniedziałek – poziom rozszerzony

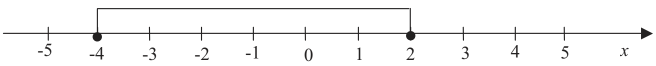
MATEMATYKA

Czas pracy: **120 minut**
Liczba punktów do uzyskania: **50**

W zadaniach od 1. do 26. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)

Wskaż nierówność, która opisuje przedział zaznaczony na osi.



A. $|x-1|\le 3$ **B.** $|x+1|\le 3$ **C.** $|x-1|\ge 3$ **D.** $|x+1|\ge 3$

Zadanie 2. (1 pkt)

Buty kosztowały 50 zł, a po obniżce ich cena wynosiła 40 zł. O ile procent obniżono cenę butów?

A. o 10% **B.** o 20% **C.** o 25% **D.** o 80%

Zadanie 3. (1 pkt)

8% liczby x jest równe 12. Wynika stąd, że

A. $x=15$ **B.** $x=96$ **C.** $x=150$ **D.** $x=960$

Zadanie 4. (1 pkt)

Iloczyn $4^4\cdot\left(\frac{1}{8}\right)^2$ jest równy

A. 2^{-2} **B.** 4^{-2} **C.** 2^2 **D.** 4^2

Zadanie 5. (1 pkt)

O liczbie x wiadomo, że $\log_4 x=8$. Wynika stąd, że

A. $x=\frac{2}{3}$ **B.** $x=\frac{3}{2}$ **C.** $x=4^8$ **D.** $x=8^4$

Zadanie 6. (1 pkt)

Wskaż liczbę, która jest rozwiązaniem równania $3(x+2)+2x=x-2(2-x)$.

A. -5 **B.** -2 **C.** 1 **D.** 5

Zadanie 7. (1 pkt)

Najmniejszą wartością funkcji kwadratowej $f(x)=(x-3)^2+2$ jest

A. -3 **B.** -2 **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 8. (1 pkt)

Zbiorem rozwiązań nierówności $(x+2)(x-1)<0$ jest

A. $(-1;2)$ **B.** $(-2;1)$ **C.** $(-\infty;-1)\cup(2;\infty)$ **D.** $(-\infty;-2)\cup(1;\infty)$

Zadanie 9. (1 pkt)

W ciągu arytmetycznym czwarty wyraz jest równy 11, a różnica tego ciągu jest równa 2. Szósty wyraz tego ciągu jest równy

A. 7. **B.** 9. **C.** 13. **D.** 15.

Zadanie 10. (1 pkt)

W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_2=3$ i $a_4=12$. Wynika stąd, że

A. $a_6=-48$ **B.** $a_6=-\frac{3}{4}$ **C.** $a_6=\frac{3}{4}$ **D.** $a_6=48$

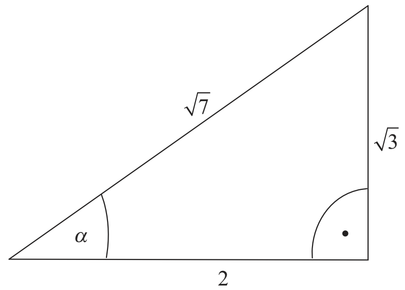
Zadanie 11. (1 pkt)

Kąt α jest ostry i $\sin\alpha=\frac{3}{4}$. Wynika stąd, że $\cos\alpha$ jest równy

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{\sqrt{7}}{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{7}}{4}$ **D.** $\frac{4}{5}$

Zadanie 12. (1 pkt)

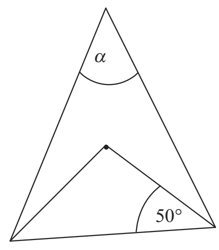
Dany jest trójkąt prostokątny (patrz rysunek). Wtedy $\sin\alpha$ jest równy



A. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ **B.** $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{2}{\sqrt{7}}$

Zadanie 13. (1 pkt)

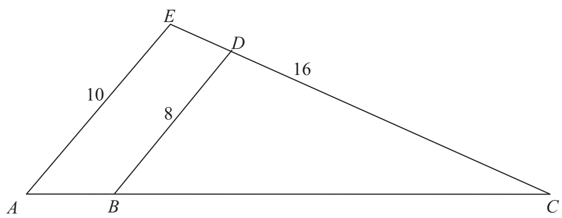
Zaznaczony na rysunku kąt α jest równy



A. 30° **B.** 40° **C.** 50° **D.** 60°

Zadanie 14. (1 pkt)

Oblicz długość odcinka DE (patrz rysunek), wiedząc, że $AE\angle BD$ i $|AE|=10$, $|BD|=8$, $|CD|=16$.



A. $|DE|=2$ **B.** $|DE|=3$ **C.** $|DE|=4$ **D.** $|DE|=6$

Dokończenie – s. 2 ▶▶▶

▸▸▸ Dokończenie ze s. 1

Zadanie 15. (1 pkt)

Promień okręgu wpisanego w kwadrat jest równy 4 cm. Pole tego kwadratu jest równe

A. 16 cm² **B.** 32 cm² **C.** 64 cm² **D.** 128 cm²

Zadanie 16. (1 pkt)

Punkt wspólny prostej o równaniu $2x + y - 4 = 0$ i osi Oy ma współrzędne

A. $(0,-4)$ **B.** $(0,4)$ **C.** $(-2,0)$ **D.** $(2,0)$

Zadanie 17. (1 pkt)

Wskaż równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $y = 3x - 4$.

A. $y = -3x + 2$ **B.** $y = -\frac{1}{3}x + 2$ **C.** $y = \frac{1}{3}x - 2$ **D.** $y = 3x - 2$

Zadanie 18. (1 pkt)

Wskaż wzór funkcji liniowej, której wykres jest prostopadły do prostej o równaniu $y = \frac{1}{2}x - 1$.

A. $y = -2x + 1$ **B.** $y = -\frac{1}{2}x + 1$ **C.** $y = \frac{1}{2}x - 1$ **D.** $y = 2x - 1$

Zadanie 19. (1 pkt)

Współczynnik kierunkowy prostej o równaniu $2x - 3y + 1 = 0$ jest równy

A. $\frac{3}{2}$ **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $-\frac{1}{2}$

Zadanie 20. (1 pkt)

Dane są punkty $A = (1,4)$, $B = (-3,6)$. Środek odcinka AB ma współrzędne

A. $(-4,2)$ **B.** $(-1,5)$ **C.** $(4,-2)$ **D.** $(1,-5)$

Zadanie 21. (1 pkt)

Długość okręgu o równaniu $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ jest równa

A. 2π **B.** 4π **C.** 8π **D.** 16π

Zadanie 22. (1 pkt)

Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu jest równa 24 cm. Objętość tego sześcianu jest równa

A. 8 cm³ **B.** 27 cm³ **C.** 64 cm³ **D.** 216 cm³

Zadanie 23. (1 pkt)

Przekrój osiowy walca jest kwadratem, którego bok ma długość 8. Pole powierzchni bocznej tego walca jest równe

A. 16π **B.** 32π **C.** 64π **D.** 188π

Zadanie 24. (1 pkt)

W sześciu rzutach sześcienną kostką do gry otrzymano następującą liczbę oczek: 1, 1, x, 5, 6, 2. Jeżeli średnia arytmetyczna tych wyników jest równa 3, to

A. $x = 1$ **B.** $x = 2$ **C.** $x = 3$ **D.** $x = 4$

Zadanie 25. (1 pkt)

Liczb dwucyfrowych o różnych cyfrach i większych od 44 jest

A. 48. **B.** 49. **C.** 50. **D.** 51.

Zadanie 26. (1 pkt)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, ..., 11\}$ wybieramy losowo jedną liczbę. Jeżeli p oznacza prawdopodobieństwo otrzymania liczby mniejszej od 4, to

A. $p < 0,25$ **B.** $p = 0,25$ **C.** $p = 0,27$ **D.** $p > 0,27$

Zadanie 27. (2 pkt)

Rozwiąż nierówność $x^2 - 3x - 10 \geq 0$.

Zadanie 28. (2 pkt)

Rozwiąż równanie $x^3 + 5x^2 - 2x - 10 = 0$.

Zadanie 29. (2 pkt)

W układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkt $S = (-2,4)$ jest środkiem okręgu stycznego do osi Oy. Wyznacz równanie tego okręgu.

Zadanie 30. (2 pkt)

Wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n) są kolejne liczby naturalne, które przy dzieleniu przez 4 dają resztę 3. Ponadto $a_2 = 7$. Oblicz a_{10}.

Zadanie 31. (2 pkt)

Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 + 8x - 5$ w przedziale $\langle -1; 0 \rangle$.

Zadanie 32. (2 pkt)

Kąt α jest ostry i $\cos\alpha = \frac{2}{3}$. Oblicz $2 + 4\text{tg}^2\alpha$.

Zadanie 33. (4 pkt)

Obwód prostokąta jest równy 12, a jego pole jest równe 6. Oblicz długości boków tego prostokąta.

Zadanie 34. (4 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź boczna ma długość 6 i tworzy z wysokością ostrosłupa kąt o mierze 40°. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zadanie 35. (4 pkt)

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A - w pierwszym rzucie liczba oczek będzie mniejsza od 4 i iloczyn otrzymanych liczb oczek będzie podzielny przez 4.

ODPOWIEDZI DO ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

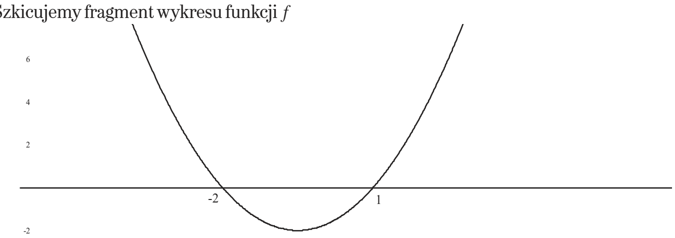
Nr zad.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.
Odp.	B	B	C	C	C	A	C	B	D	D	C	A	B	C	C	B	D	A	B	B	C	A	C	C	C	D

Wskazówki do rozwiązywania niektórych zadań zamkniętych

Zadanie 8. (1 pkt)

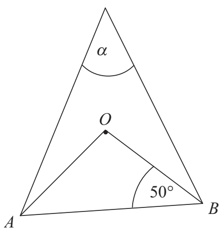
Z postaci iloczynowej nierówności odczytujemy, że miejscami zerowymi funkcji kwadratowej $f(x) = (x+2)(x-1)$ są liczby $x = -2$ oraz $x = 1$.

Szkicujemy fragment wykresu funkcji f



i odczytujemy rozwiązanie nierówności: $(-2;1)$.

Zadanie 13. (1 pkt)

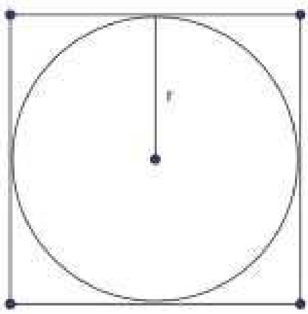


Trójkąt ABO jest równoramienny, więc $|\angle AOB| = 180^\circ - 2 \cdot 50^\circ = 80^\circ$. Z twierdzenia: „Kąt wpisany w okrąg jest równy połowie kąta środkowego opartego na tym samym łuku" wynika, że $\alpha = 40^\circ$.

Zadanie 14. (1 pkt)

Trójkąty BCD oraz ACE są podobne. Jeśli w trójkącie BCD stosunek boków $CD : BD = 2$, to w trójkącie ACE stosunek odpowiednich boków też jest równy 2, stąd $DE = 4$.

Zadanie 15. (1 pkt)



Jeśli promień okręgu jest równy 4 cm, to bok kwadratu ma długość 8 cm. Pole kwadratu jest więc równe 64 cm².

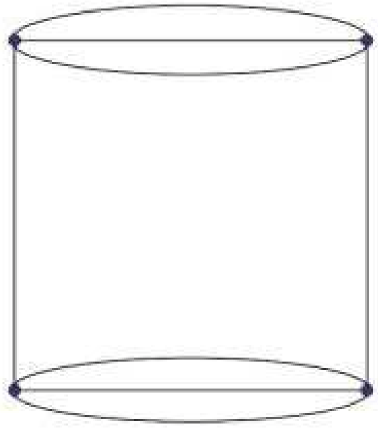
Zadanie 16. (1 pkt)

To zadanie możemy rozwiązać na dwa różne sposoby.

1. Prosta o równaniu $y = ax + b$ przecina się z osią Oy w punkcie o współrzędnych $(0,b)$. Zapisujemy równanie naszej prostej w postaci kierunkowej, czyli $y = -2x + 4$, i zaznaczamy odpowiedź B.

2. Rozwiązujemy równanie $2x + y - 4 = 0$ dla argumentu $x = 0$.

Zadanie 23. (1 pkt)



Przekrój walca jest kwadratem, więc wysokość $h = 8$ oraz $2r = 8$. Po podstawieniu do wzoru na pole powierzchni bocznej $P_b = 2r \cdot \pi \cdot h$ otrzymujemy $P_b = 64\pi$.

ODPOWIEDZI I SZKIC ROZWIĄZAŃ DO ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 27. (2 pkt)

$x^2 - 3x - 10 \geq 0$

$\Delta = 49$, $x_1 = -2$, $x_2 = 5$

$(x+2)(x-5) \geq 0$

Odpowiedź: $x \in (-\infty; -2\rangle \cup \langle 5; \infty)$.

Zadanie 28. (2 pkt)

$x^3 + 5x^2 - 2x - 10 =$

$x^2(x+5) - 2(x+5) = 0$

$(x+5)(x^2 - 2) = 0$

$(x+5)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) = 0$

Odpowiedź: $x_1 = -5$, $x_2 = -\sqrt{2}$, $x_3 = \sqrt{2}$.

Zadanie 29. (2 pkt)

Promień r tego okręgu to odległość punktu S od osi Oy, stąd $r = 2$.

Odp. Równanie okręgu $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 4$.

Zadanie 30. (2 pkt)

Różnica r tego ciągu jest równa 4 i $a_1 = 3$. Stąd $a_{10} = 3 + 9 \cdot 4 = 39$.
Odp. $a_{10} = 39$.

Zadanie 31. (2 pkt)

Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, która jest wykresem funkcji f jest równa $x_w = -4$. Wynika stąd, że w przedziale $\langle -1; 0\rangle$ funkcja f jest rosnąca i wartością najmniejszą jest $f(-1) = -12$ oraz wartością największą jest $f(0) = -5$.

Zadanie 32. (2 pkt)

$\cos^2\alpha = \frac{4}{9}$, stąd $\sin^2\alpha = \frac{5}{9}$, $\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{5}{4}$

$2 + 4\operatorname{tg}^2\alpha = 2 + 4 \cdot \frac{5}{4} = 7$

Zadanie 33. (4 pkt)

Wprowadzamy oznaczenia: x, y - długości boków prostokąta, i zapisujemy układ równań

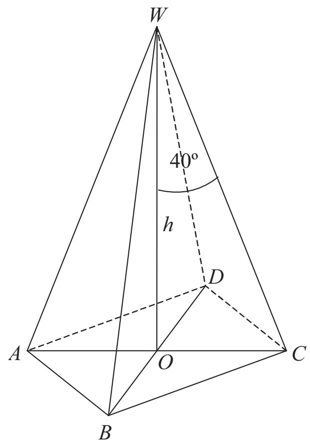
$$\begin{cases} 2x + 2y = 12 \\ x \cdot y = 6 \end{cases}$$

Z pierwszego równania wyznaczamy y, $y = 6 - x$, i po podstawieniu do drugiego równania otrzymujemy równanie kwadratowe $x^2 - 6x + 6 = 0$, które ma dwa rozwiązania $x_1 = 3 - \sqrt{3}$, $x_2 = 3 + \sqrt{3}$.

Odp. Długości boków prostokąta są równe: $3 - \sqrt{3}$ oraz $3 + \sqrt{3}$.

Zadanie 34. (4 pkt)

Rysujemy rysunek pomocniczy i wprowadzamy oznaczenia:



$|AC| = d$, $|WO| = h$, $|CW| = 6$, $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} d^2 \cdot h$.

Kolejno obliczamy:

$\frac{1}{2} d = 6\sin 40°$, stąd $d = 12\sin 40°$

$h = 6 \cdot \cos 40°$

$V = 144\sin^2 40° \cos 40°$.

Zadanie 35. (4 pkt)

Zdarzeniami elementarnymi są pary (a, b) liczb ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Mamy model klasyczny i $|\Omega| = 6^2 = 36$.

$|A| = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = 5$

$P(A) = \frac{5}{36}$